

岩土力学  
*Rock and Soil Mechanics*  
ISSN 1000-7598, CN 42-1199/O3

## 《岩土力学》网络首发论文

题目: 规则层状弹性介质中基阶模态瑞利波频散曲线计算新方法  
作者: 柴华友, 柯文汇, 陈健, 王章琼, 黄祥国  
DOI: 10.16285/j.rsm.2018.1930  
收稿日期: 2018-10-19  
网络首发日期: 2019-05-28  
引用格式: 柴华友, 柯文汇, 陈健, 王章琼, 黄祥国. 规则层状弹性介质中基阶模态瑞利波频散曲线计算新方法[J/OL]. 岩土力学. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2018.1930>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.1930

# 规则层状弹性介质中基阶模态瑞利波 频散曲线计算新方法

柴华友<sup>1</sup>, 柯文汇<sup>2,3</sup>, 陈 健<sup>4</sup>, 王章琼<sup>1</sup>, 黄祥国<sup>2</sup>(1. 武汉工程大学 土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430073; 2. 武汉市市政建设集团有限公司, 湖北 武汉 430023;  
3. 清华大学 土木工程系, 北京 100084; 4. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074)

**摘 要:** 在层剪切波速随层深度递增的规则层状弹性介质中, 基阶模态瑞利波在表面波场起主导作用, 基阶模态频散曲线计算在表面波测试分析非常重要。层状弹性介质中各阶模态瑞利波频散曲线计算常采用矩阵方法, 由矩阵行列式根得到频散曲线, 但行列式需用搜索方法求解。为了避免复杂计算, 本文基于 Aki & Richards 给出的基阶模态频散曲线计算式, 假设瑞利波相速度是层剪切波或瑞利波速度与瑞利波位移振型函数积分加权均方根。对规则层状介质中基阶瑞利波位移振型及土参数与第一层相同的均匀半无限体瑞利波位移振型比较可知两者变化规律具有相关性, 以层剪切波速度差异为参数对基阶瑞利波位移振型修正可估算分层介质中基阶瑞利波振型。分析结果表明相较于矩阵方法, 该方法算法简单, 相较于半波法, 精度较高。对基阶瑞利波位移振型

**关 键 词:** 瑞利波; 基阶模态; 半波法; 位移振型函数; 频散

**中图分类号:** O 451

**文献标识码:** A

## A new approach to evaluate dispersion curve of Rayleigh waves of the fundamental mode in regularly layered elastic media

CHAI Hua-you<sup>1</sup>, KE Wen-hui<sup>2,3</sup>, CHEN Elton J.<sup>4</sup>, WANG Zhang-qiong<sup>1</sup>, HUANG Xiang-guo<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan, Hubei 430073, China;

2. Wuhan Municipal Construction Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430023, China;

3. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

4. School of Civil Engineering &amp; Mechanics, Huazhong University of Science &amp; Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** In regularly layered elastic media where the shear velocity of layer increases with the increasing layer depth, the surface wave-fields are dominated by Rayleigh waves of the fundamental mode. Thus, it is very important for calculation of the dispersion curve of the fundamental mode in the surface wave tests. The matrix methods are often used to calculate the dispersion curves of Rayleigh waves in the layered elastic media. The dispersion curves could be obtained from the determinant of the matrix. However, the determinant must be solved using root searching techniques. To avoid the complex algorithm, based on the expression for calculation of the fundamental mode dispersion, the phase velocity is assumed to be the root-mean square of the shear wave velocity and/or Rayleigh wave velocity of layer weighted by the integral of the displacement shape functions. It can be known that the displacement shape functions of the fundamental mode in regularly layered media are highly correlated to those in the homogenous half space with the properties equal to the first layer. The displacement shape functions in the regularly layered medium can be evaluated from those of the homogenous half space which are calibrated using the shear wave velocity contrasts between layers. It is shown from the results that the approach proposed can provide a simpler algorithm compared to the matrix methods and has higher accuracy than the empirical method of half wavelength.

**Keywords:** Rayleigh wave; fundamental mode; half wavelength method; displacement shape function; dispersion

## 1 引 言

不同年代冲积形成的岩土介质常以层状形式

收稿日期：2018-10-19

基金项目：国家自然科学基金面上项目 (No.41474113)；武汉工程大学人才专项经费资助项目；湖北省建设科技计划项目 (2016)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(41474113), the Talent Project of Wuhan Institute of Technology and the Plan Project of Construction Science and Technology of Hubei Province (2016).

第一作者简介：柴华友，男，1965年生，博士，副研究员，主要从事多相介质动力响应及波动特性研究。E-mail: chy\_rsm@hotmail.com

存在,在很多情况下,岩土介质层剪切波速随层深度递增。对这些规则层状介质,表面波场质点振动一般由瑞利波基阶模态主导<sup>[1-4]</sup>。表面波测试得到的频散数据接近基阶模态频散曲线。对基阶模态频散数据正演或反演分析可以获取检测区域土层结构及土层剪切波速。层状介质中简正瑞利波(自由状态下以平面波阵面传播)各模态瑞利波相速度计算一般基于矩阵方法(传递矩阵、总刚度矩阵或系数矩阵)<sup>[5-6]</sup>。由表面自由及无穷远场位移为零条件,得到矩阵行列式,行列式根与各简正模态波数对应,但行列式一般要用搜索方法求解,根搜索算法存在搜索范围不收敛、根遗漏问题。薄层法虽然可以将传统矩阵法根搜索问题转换成求代数矩阵特征值问题,由于要将层状介质离散成相对波长很小的薄层,计算量较大<sup>[7-8]</sup>。

相较于简正模态复杂矩阵计算,半波法(或1/3波长法)提供了规则层状介质中基阶模态频散曲线近似计算方法<sup>[3,9]</sup>。该方法认为瑞利波相速度是能量集中深度(1/2或1/3波长)内各层剪切波速度与层厚度加权平均,但忽略1/2(或1/3)波长深度外各层参数对频散影响。

鉴于传统矩阵算法以及半波近似方法存在的不足,本研究开展以下几方面工作:①分析规则层状介质中基阶模态瑞利波相速度低频及高频渐近规律;②分析层剪切波速差异对基阶模态位移振型(即位移随深度变化)影响,提出基阶模态位移振型估算方法;③假设基阶模态瑞利波相速度是层剪切波速或瑞利波速与位移振型函数积分加权均方根,给出基阶模态瑞利波相速度近似计算方法;④将频散曲线理论值与计算值比较验证算法可靠性。本研究目的在于为规则层状介质中表面波测试频散数据分析提供一种快捷、简单算法。

## 2 规则弹性层状介质中瑞利波特性的分析

### 2.1 基阶模态位移振型

瑞利波位移振型反映了瑞利波位移随深度变化,由位移振型可以了解瑞利波能量随深度分布。选择三种不同情形规则层状介质,情形 I 分层结构及层材料力学参数同文献<sup>[11]</sup>,对情形 II、III,改变第二层与第三层剪切波速以便研究层剪切波速差异对位移振型的影响,各情形分层参数如表 1 所示。情形 I 的第三层与下覆半无限体,情形 II 的第一层与第二层,情形 III 的第二层与第三层剪切波速差异较大,为了叙述方便,将下覆半无限体称作层厚度

趋于无穷的底层。

表 1 不同情形层状介质土性参数  
Table 1 Soil properties of layers for different cases

层厚(m)	剪切波速(m/s)			泊松比	密度(kg/m <sup>3</sup> )
	情形 I	情形 II	情形 III		
2	80	80	80	0.35	1 800
4	120	250	120	0.35	1 800
8	180	300	300	0.35	1 800
∞	360	360	360	0.35	1 800

通过与均匀半无限体中瑞利波位移振型比较,可以分析层剪切波速相对差异对基阶模态位移振型影响。取均匀半无限体泊松比与规则层状半无限体的第一层泊松比相同。水平向及竖直向位移振型函数 $\phi_z(\omega, z)$ 为<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \phi_x(\omega, z) = (\gamma e^{-\alpha kz} - 2\alpha\beta e^{-\beta kz}) \\ \phi_z(\omega, z) = \alpha(\gamma e^{-\alpha kz} - 2e^{-\beta kz}) \end{cases} \quad (1)$$

式中:波数 $k = 2\pi/\lambda$ , $\lambda$ 为波长; $z$ 为深度,参数 $\alpha, \beta, \gamma$ 分别为:

$$\alpha = \sqrt{1 - (c_R/c_p)^2}, \quad \beta = \sqrt{1 - (c_R/c_s)^2}, \quad \gamma = 2 - (c_R/c_s)^2 \quad (2)$$

式中: $c_p, c_s, c_R$ 分别为介质纵波、横波、瑞利波波速。

$c_p$ 与 $c_s$ 关系式为:

$$c_p = c_s \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (3)$$

式中: $\nu$ 为介质泊松比。

介质的简正瑞利波速 $c_R$ 与剪切波速回归关系为:

$$c_R \approx \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu} c_s \quad (4)$$

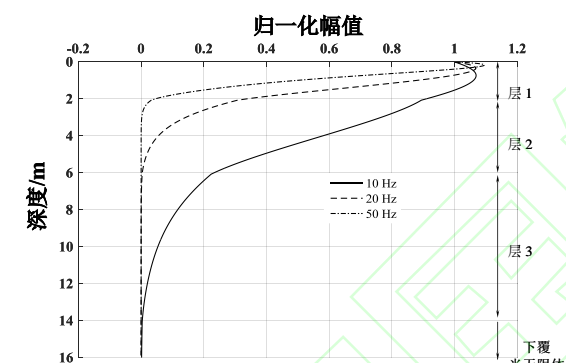
利用式(3)及式(4)可知,参数 $\alpha, \beta, \gamma$ 仅与介质泊松比有关,由第一层泊松比可确定式(2)参数 $\alpha, \beta, \gamma$ 。

利用传递矩阵或刚度矩阵方法可以得到不同频率处基阶简正模态瑞利波(即以下各图标记Mode 1)位移振型<sup>[12]</sup>。取50 Hz、20 Hz和10 Hz分别为高、中、低代表性频率。由于均匀半无限体水平向与竖直向位移随深度变化规律具有相似的特征,分析竖直向位移振型函数具有代表性,不同频率位移振型幅值不同,将位移振型对其表面位移归一化。对情

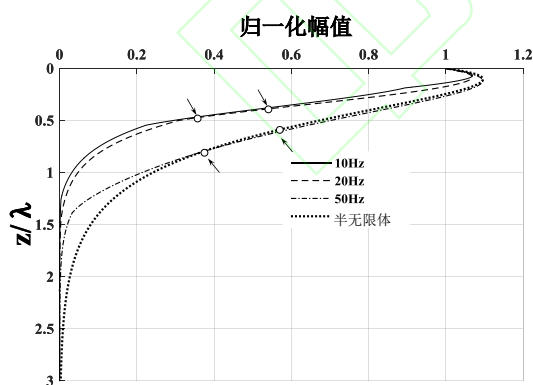
形I, 不同频率基阶模态无量纲位移振型随深度变化见图1(a), 由图可以看出, 50 Hz瑞利波能量主要分布于第一层。当频率降低20 Hz, 随着波长增加, 第二层能量增加。当频率进一步降低至10Hz, 第三层能量也明显增加。由于波长随频率变化, 为了比较不同频率位移振型, 引入无量纲深度 $z/\lambda$ , 由式(1)可知, 对均匀半无限体, 不同频率瑞利波归一化位移随无量纲深度变化是相同的。对情形I, 不同频率归一化位移随无量纲深度变化见图1(b)。为了分析层剪切波速度差异对位移振型影响, 取两特征点, 特征点位移分别对应于1/3及1/2位移峰值。均匀介质中瑞利波位移振型两特征点对应的深度分别为 $0.75\lambda$ ,  $0.6\lambda$ 。情形I中50Hz处归一化位移随无量纲深度变化规律与均匀半无限体中瑞利波位移接近, 这表明, 对高频波来说, 当波长相对第一层厚度较小时, 第一层近似半无限体。随着频率降低, 波长增

对应无量纲深度大为减小, 分别为 $0.46\lambda$ 及 $0.37\lambda$ (均位于半波内)。

三种不同分层情形中50 Hz处基阶模态瑞利波位移振型比较见图2(a)。可以看出, 情形I与III的第一层、第二层参数相同, 位移振型也相同。对情形II, 虽然第二层与第一层剪切波速差异较大, 但位



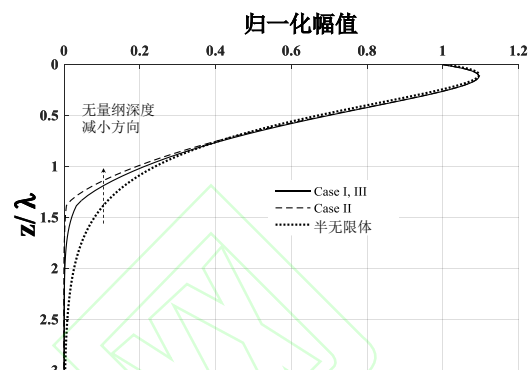
(a) 归一化位移随深度变化



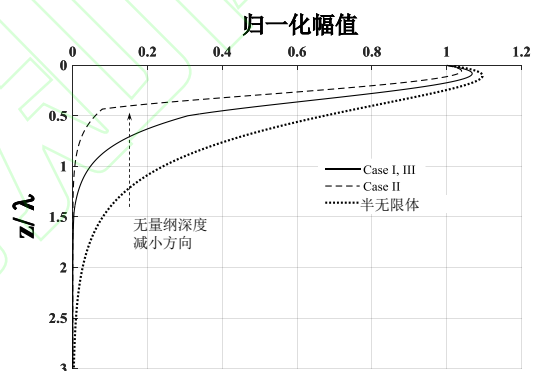
(b) 归一化位移随无量纲深度变化

图 1 情形 I 不同频率归一化基阶模态竖直向位移振型  
Fig.1 Normalized vertical displacement shapes of the fundamental mode at different frequencies for the case I

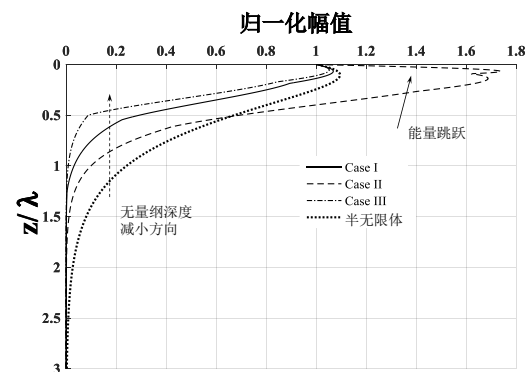
加, 第一层以下各层参数会影响位移振型, 由图 1(b)可以看出, 20 Hz 和 10 Hz 处特征点位置基本相同, 相较于均匀半无限体中瑞利波位移振型, 两特征点



(a) 50Hz



(b) 20Hz



(c) 10Hz

图 2 不同分层情形基阶模态竖直向位移振型比较  
Fig.2 Comparison of displacement shapes of the fundamental modes for the different cases

位移振型变化不大, 且与均匀半无限体中位移振型接近, 这是由于对短波长的高频波, 第一层形同半无限体, 第一层以下层参数对高频瑞利波位移振型影

响不大。

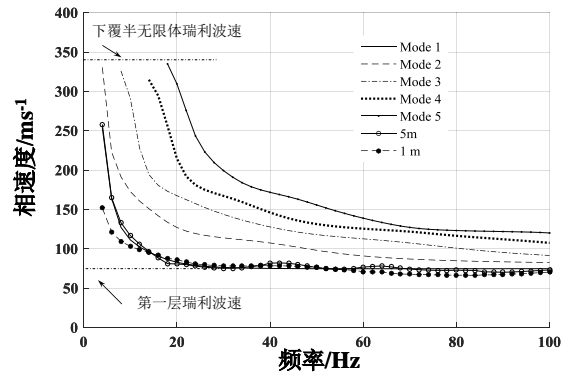
图2(b)给出不同分层情形下20Hz处基阶模态瑞利波位移振型比较,可以看出,情形I与III位移振型相同,这是因为,虽然频率降低,波长增加,第二层传递能量相对增加,但第三层能量相对很小(见图1),因而,第三层的剪切波速变化对位移振型影响很小。相较于情形I、III,情形II的第二层与第一层剪切波速的较大差异导致位移分布无量纲深度变小。

频率越低、波长越大,位移分布深度更深,如图1(a)所示,这样,深部各层与第一层剪切波速差异会影响低频位移振型。不同分层情形下10Hz处基阶模态瑞利波位移振型比较如图2(c)。相较于情形I,情形III的第三层与第一和第二层剪切波速差异增加,位移分布无量纲深度减小。对情形II,第二层与第一层剪切波速较大差异导致第一层位移出现跳跃式增加,位移最大幅值与表面位移比值达1.75,远大于均匀半无限体中比值1.1,位移集中分布于第一层。

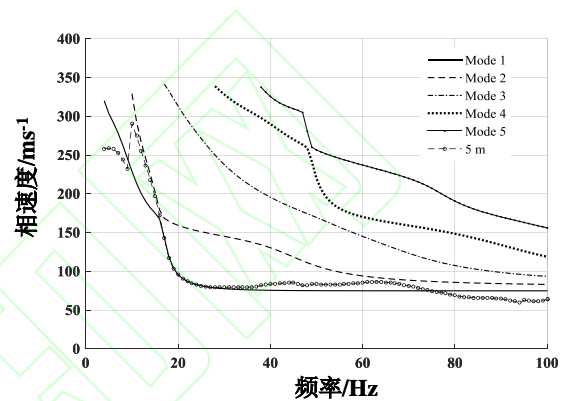
以上分析表明,规则层状介质中基阶模态瑞利波与均匀半无限体中瑞利波位移随无量纲深度变化规律有高度相关性,基阶模态瑞利波大部分能量分布于一个波长深度;能量在一个波长外深度快速衰减。相较于均匀半无限体中瑞利波,规则层状介质中基阶模态瑞利波能量集中无量纲深度较浅,层剪切波速相对差异越大,能量集中无量纲深度越浅。

## 2.2 频散曲线低频、高频渐近

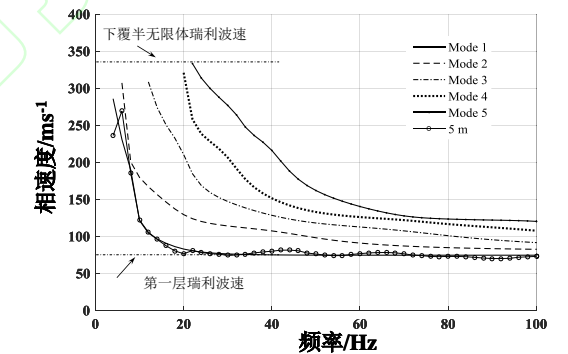
利用矩阵方法,三种不同分层情形中在频率范围(0~100 Hz)前5阶理论简正模态频散曲线如图3所示。为了分析频散曲线低频及高频渐近特征,由表1参数和式(4)计算第一层介质及下覆半无限体瑞利波速分别为 $c_{R,1} \approx 74.8$  m/s,  $c_{R,4} \approx 336.5$  m/s。频率越高,波长越小,基阶瑞利波能量越集中于第一层,在高频极限 $f \rightarrow \infty$ ,瑞利波相速度趋于第一层介质瑞利波速。相对于基阶模态,高阶模态瑞利波在中间层内能量分布较多,相速度以较缓慢速率趋于第一层介质瑞利波速。随着频率降低,波长增加,下覆半无限体中传递的基阶模态瑞利波能量比例增加,在低频极限 $f \rightarrow 0$ ,基阶模态瑞利波相速度趋于下覆半无限体介质瑞利波速。高阶模态存在低截止频率,即只有当频率超过该低截止该阶模态才会出现,在低截止频率处,下覆半无限体传递瑞利波能量比例最高,相速度在截止频率处相速度最大,最接近于下覆半无限体瑞利波速。



(a) 情形 I



(b) 情形 II



(c) 情形 III

图3 前5阶简正模态频散曲线及表观相速度  
Fig.3 Dispersion curves of the first five normal modes and apparent phase velocity curves

## 2.3 表观相速度

表面源激发瑞利波以柱面波阵面传播,受曲面波阵面影响,激发模态传播特性不同于自由状态下平面波阵面简正(或本征)模态<sup>[12-14]</sup>。无量纲曲率半径 $r/\lambda$  ( $r$ =传播距离,  $\lambda$ =波长)越大,激发模态与简正模态相速度差别越小,当无量纲曲率半径趋于无穷,激发模态相速度趋于简正模态相速度<sup>[15-17]</sup>。层状介质中各模态波能量不同,速度不同,从振源中心向外传播的各模态质点振动相互叠加,叠加后

复合波相速度不同于单个模态波相速度，称之为表观相速度或有效相速度<sup>[18-19]</sup>。按文献[15-19]给出的表观相速度计算方法，得到不同分层情形下距离振源中心 $r=5$  m位置表观相速度曲线，表观相速度与基阶模态相速度比较见图3。对情形I，位置 $r=1$  m处表观相速度曲线用来比较不同位置表观相速度区别，由图3(a)可以看出，在低频区间，位置 $r=1$  m处表观相速度偏离基阶模态相速度较大，而位置 $r=5$  m两曲线则较接近。这是由于频率越低，无量纲曲率半径 $r/\lambda$ 越小，激发模态与简正模态相速度差别较大。在高频处，无量纲曲率半径影响较小，两位置表观相速度差异主要是由于不同位置模态间相互叠加不同所致。由图4(a)可以看出在分析频率范围，表面波场中基阶模态相对位移最大，表面波场由基阶模态波主导，这样，高阶模态对表观相速度影响较小，在高频处，表观相速度趋于基阶模态相速度。

对情形 II，在 10~17Hz 频率区间，第二阶模态表面位移较大，见图 4(b)，在此频率区间， $r=5$  m 处表观相速度接近于第二阶模态相速度，见图 3(b)。

情形 III 与情形 I 和 II 类似，由图 4(c) 可以看出表面波场位移基本由基阶模态主导，这也决定了表观相速度变化趋势，见图 3(c)。

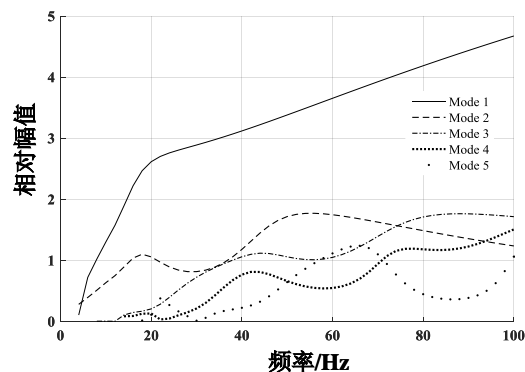
以上分析表明规则分层介质中表面波场在大部分频率范围由基阶模态瑞利波主导，因此，基阶模态瑞利波频散计算对规则层状介质表面波测试及分析非常重要。

### 3 基阶模态频散快速算法

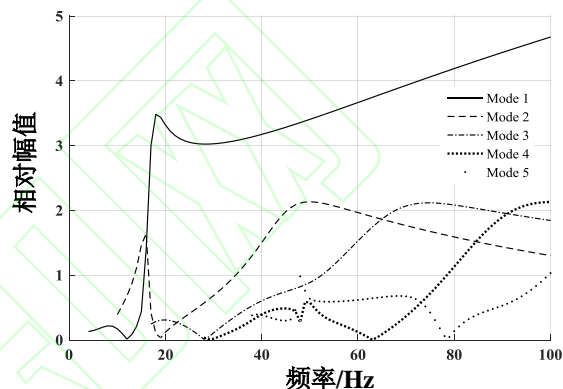
半波法是瑞利波频散数据一种近似分析方法，该方法基于瑞利波相速度是半个波长深度内层剪切波速与层厚度加权后对半波深度平均假设<sup>[9]</sup>。将分层离散成薄层，半波法离散表达式为：

$$\hat{c}_{R,n} = [H_{n-1}\hat{c}_{R,n-1} + (H_n - H_{n-1})\tilde{c}_n] / H_n \quad (5)$$

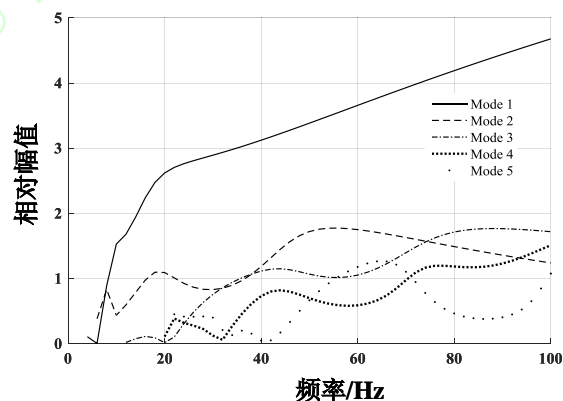
式中 $\hat{c}_{R,n-1}, \hat{c}_{R,n}$ 分别为两相邻波长 $\lambda_{n-1}, \lambda_n$ 对应瑞利波波速， $H_{n-1}, H_n$ 分别取 $\lambda_{n-1}/\tilde{\beta}, \lambda_n/\tilde{\beta}$ ，对半波法， $\tilde{\beta} = 2$ ， $\tilde{c}_n$ 为薄层（深度区间 $H_{n-1} \sim H_n$ ）剪切波速度或瑞利波速。考虑到瑞利波波长相对第一层厚度较小时趋于第一层介质瑞利波速，波长相对上覆各层总厚度很大时趋于下覆半无限体介质瑞利波速这些现象，当薄层位于第一层或下覆半无限体内时， $\tilde{c}_n$ 分别取第一层或下覆半无限体瑞利波速，薄层位于中间分层， $\tilde{c}_n$ 取分层剪切波速。半波



(a) 情形 I



(b) 情形 II



(c) 情形 III

图 4 前 5 阶模态表面垂直向位移相对幅值  
Fig.4 Relative amplitudes of vertical surface displacements of the first five modes

法不考虑到半波深度以外各层参数的影响。

基于能量分析，Aki& Richards 给出了基阶模态相速度计算式，只要已知不同频率基阶模态位移振型函数便可计算出基阶模态频散曲线<sup>[20]</sup>。通过对此表达式分析，Haney & Tsai 认为相速度是分层剪切波速与位移振型函数积分加权均方根<sup>[21]</sup>。由于水平向与垂直向位移振型均与无量纲深度幂指数变化有

关,为了简便,积分项仅取竖直向位移振型为代表,相速度近似用下式表示:

$$c(\lambda) \approx \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M \tilde{c}_m^2 \int_{h_m}^{h_{m+1}} [\hat{\phi}_z(\omega, z)]^2 dz}{\sum_{m=1}^M \int_{h_m}^{h_{m+1}} [\hat{\phi}_z(\omega, z)]^2 dz}} \quad (6)$$

这里,  $\tilde{c}_m$  为第  $m$  层介质剪切波速或瑞利波速。 $h_m, h_{m+1}$  分别是第  $m$  层的上、下层面深度,  $\hat{\phi}_z(\omega, z)$  是规则层状半无限体中基阶模态瑞利波竖直向位移振型。“2.1 基阶模态位移振型”分析表明层状介质中瑞利波基阶模态位移振型变化与均匀半无限体中瑞利波位移振型函数  $\phi_z(\omega, z)$  有较高相关性,这里,以泊松比参数与第一层泊松比相同的均匀半无限体中瑞利波位移振型函数  $\phi_z(\omega, z)$  为基础,然后对其修正来考虑层剪切波速相对差异对位移振型函数的影响,即假设

$$\hat{\phi}_z(\omega, z) \approx \tilde{\alpha}_m \phi_z(\omega, z) \quad (7)$$

校正函数  $\tilde{\alpha}_m$  与波长、层结构、层剪切波速参数有关。

利用式(6)和(7),规则分层介质中基阶模态相速度可近似表示为

$$c(\lambda) \approx \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M \tilde{c}_m^2 \int_{h_m}^{h_{m+1}} (\tilde{\alpha}_m \phi_z)^2 dz}{\sum_{m=1}^M \int_{h_m}^{h_{m+1}} (\tilde{\alpha}_m \phi_z)^2 dz}} \quad (8)$$

为确保低频极限基阶模态瑞利波速渐近于下覆半无限体瑞利波速,高频极限波速渐近于第一层介质瑞利波速,取

$$\tilde{c}_m = \begin{cases} c_{R,m} & m = 1, M \\ c_{s,m} & m \neq 1, M \end{cases} \quad (9)$$

即式(8)中第一层及下覆半无限体分别取其瑞利波速,中间层  $\tilde{c}_m$  取层剪切波速。

#### 4 校正函数选取

由“2.1 基阶模态位移振型”分析可知相对于均匀介质,规则层状介质中基阶瑞利波能量向浅部较软层聚集,浅部各分层剪切波速差异越大,则浅部分层材料参数对基阶瑞利波相速度影响越大。校正函数  $\tilde{\alpha}_m$  选取对提高快速算法的精度非常重要,但在实际中,鉴于层结构及层材料参数差异的多样性及复杂性,难以给出校正函数统一表达式。这里主

要针对频散曲线较光滑情形,在此情形下,分层剪切波速差异较小,近似取校正函数形式为:

$$\tilde{\alpha}_m = (c_{s,1} / c_{s,m})^{\xi(\lambda)} \quad (10)$$

式中  $\xi(\lambda)$  取

$$\xi(\lambda) = \xi_0(1 - \xi_1\lambda) \quad (11)$$

通过对不同分层计算值与理论值误差分析,系数分别取  $\xi_0 = 0.5, \xi_1 = 0.015$ 。随着波长的增加,能量逐渐向深部分布,当  $\lambda > 1/\xi_1$ , 取  $\xi(\lambda) = 0$ 。

式(10)的物理意义可借助于分层情形 I 计算结果说明,当指数  $\xi(\lambda) = 0$ , 即不作校正,由于较软层的材料特性参数对相速度计算影响被低估,导致式(8)计算相速度比理论值偏高,如图5所示,当  $\xi(\lambda) = 0.5$ , 随着频率降低(波长增加)较软层的影响又被放大,导致计算相速度比理论值偏低。

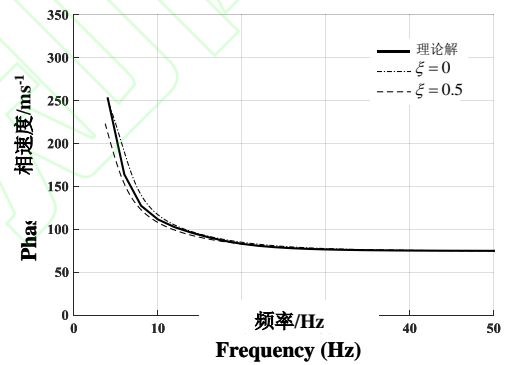


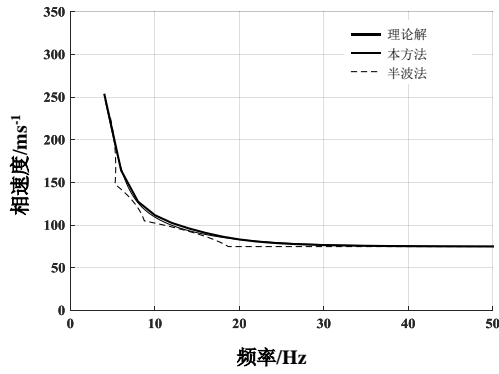
图5 两个不同  $\xi$  值校正计算与理论曲线比较

Fig.5 Comparison of calculated and theoretical curves of the fundamental mode for two different values of  $\xi$

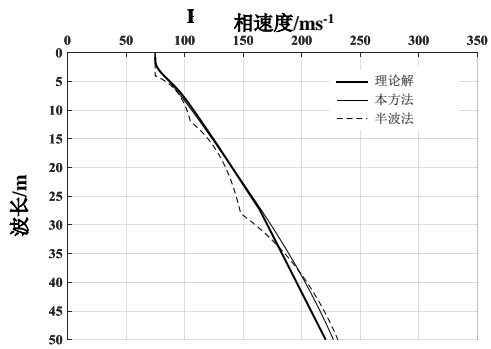
#### 5 计算结果分析

对表1给出三种不同情形层状半无限体,不同方法得到频率—相速度曲线及波长—相速度曲线比较分别见图6、7、8。

与理论曲线相比,半波长计算的频散曲线不连续,有明显的拐点。半波深度内分层剪切波速相对差异越大,拐点两侧的相速度随频率变化斜率差异也越大,如图7(a)所示的情形II。本方法计算的频散曲线较为光滑,对情形I和III,本文方法计算的频散曲线与理论曲线非常接近。然而对第一层与第二层剪切波速相对差异较大的情形II,层剪切波速剧烈差异导致理论曲线有明显的拐点,计算曲线仍然较为光滑,相同频率处,计算值比理论值偏大,这说明浅部较软层对相速度计算影响程度被低估,即参数  $\xi_0$  偏小,当  $\xi_0 = 0.7$ , 即增加浅部软弱层对



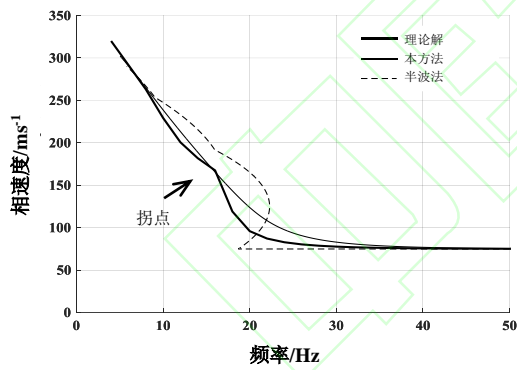
(a) 频率—相速度



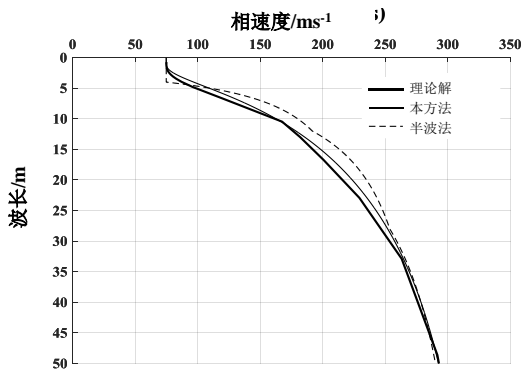
(b) 波长—相速度

图 6 情形 I 计算与理论频散曲线比较

Fig.6 Comparison of calculated and theoretical dispersion curves for the case I



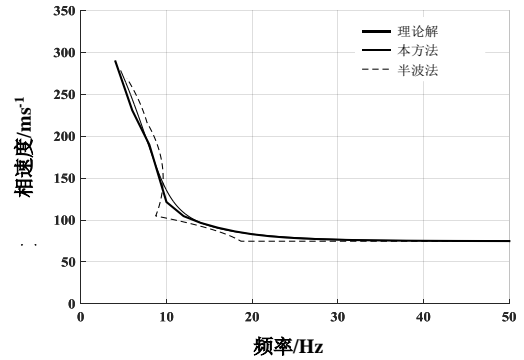
(a) 频率—相速度



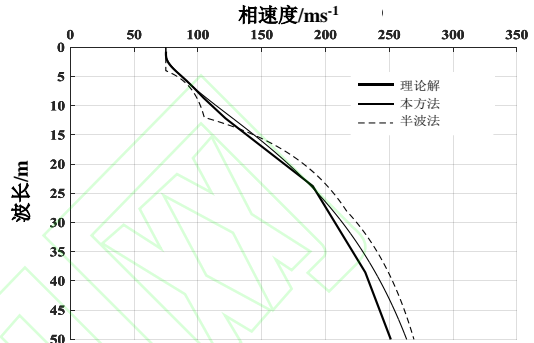
(b) 波长—相速度

图 7 情形 II 计算与理论频散曲线比较

Fig.7 Comparison of calculated and theoretical dispersion curves for the case II



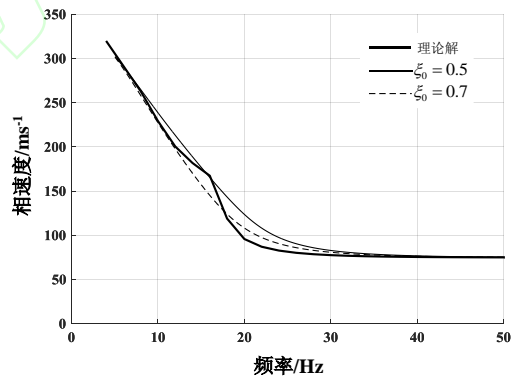
(a) 频率—相速度



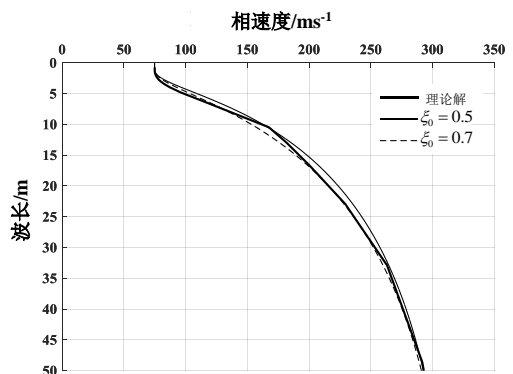
(b) 波长—相速度

图 8 情形 III 计算与理论频散曲线比较

Fig.8 Comparison of calculated and theoretical dispersion curves for the case III



(a) 频率—相速度



(b) 波长—相速度

图 9 情形 II 中两个不同  $\xi_0$  值计算与理论频散曲线比较

Fig.9 Comparison of calculated and theoretical dispersion curves for two different values of  $\xi_0$  for the case II



相速度计算影响程度, 计算与理论曲线比较见图9, 计算曲线与理论曲线非常接近。对情形III, 虽然第二层与第三层剪切波速差异也较大, 但由于基阶模态能量集中于半波长深度内, 浅部层剪切波速差异比深部层剪切波速差异对频散影响大, 深度越深, 层参数差异对频散影响越小, 因此, 情形III和情形II相比, 计算的频散曲线仍具有较高精度。

## 6 结 论

(1) 在规则层状介质中, 基阶模态瑞利波竖向位移分布于一个波长深度, 超过一个波长深度位移随深度快速衰减。相较于均匀半无限体中瑞利波, 规则层状介质中基阶模态瑞利波能量集中无量纲深度较浅, 层剪切波速差异越大, 能量集中无量纲深度越小;

(2) 用层剪切波速差异对均匀半无限体瑞利波位移振型修正可估算层状介质中基阶模态位移振型。

对基阶模态频散曲线较光滑情形, 式(11)校正系数取  $\xi_0 = 0.5$ ,  $\xi_1 = 0.015$ , 本文方法有很高的精度。但对浅部相邻层剪切波速度差异很大导致理论频散曲线出现拐点情形, 本算法精度会有所下降;

(3) 基阶瑞利波相速度近似为层剪切波速或瑞利波波速度与层内振型位移函数积分加权后均方根;

(4) 相较于半波法, 本算法可以考虑半波深度外各分层材料力学参数对基阶模态频散的影响。相较于传统矩阵算法, 本算法具有解析表达式, 计算快捷、方便。

## 参 考 文 献

- [1] NAZARIAN S, DESAI M R (1993). Automated surface wave method: Field testing[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 119(7): 1094—1111.
- [2] STROBBIA C. Surface Wave Methods —Acquisition, processing and inversion[D]. Politecnico di Torino, 2003.
- [3] FOTI S. Multistation methods for geotechnical characterization using surface waves[D]. Politecnico di Torino, 2000.
- [4] LU L Y, ZHANG B X. Analysis of dispersion curves of Rayleigh waves in the frequency—wavenumber domain[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 41(4): 583—598.
- [5] 鲁来玉. 分层介质半空间瑞利波模式分析和介质参数反演[D]. 博士学位论文, 中国科学院声学研究所, 2004.
- [6] 凡友华, 刘家琦, 肖柏勋. 计算瑞利波频散曲线的快速矢量算法[J]. 湖南大学学报, 2002, 29(5): 25—30.  
FAN You-hua, LIU Jia-qi, XIAO Bai-xun. Fast vector-transfer algorithm for computation of Rayleigh wave dispersion curves[J]. **Journal of Hunan University(Natural Sciences Edition)**, 2002, 29(5): 25—30.
- [7] 柴华友, 白世伟, 刘明贵, 等. 瑞利波特性和刚度矩阵研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(2): 209—213.  
CHAI Hua-you, BAI Shi-wei, LIU Ming-gui, et al. Analysis of behavior of Rayleigh waves by stiffness matrix method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(2): 209—213.
- [8] 柴华友, 韦昌富. 刚度缓变系统中瑞利波特性和[J]. 岩土力学, 2009, 30(9): 2545—2551.  
CHAI Hua-you, WEI Chang-fu. Behavior of Rayleigh waves in media with smoothly varying stiffness profile[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(9): 2545—2551.
- [9] 杨成林. 瑞利波勘探[M]. 北京: 地质出版社, 1993.  
YANG Cheng-lin. Rayleigh wave prospecting[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1993.
- [10] 柴华友, 吴慧明, 张电吉, 等. 弹性介质中的表面波理论及其在岩土工程中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.  
CHAI Hua-you, WU Hui-ming, ZHANG Dian-ji, et al. Theory of surface waves in elastic media and its application in geoenvironmental engineering[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [11] TOKIMATSU K, TAMURA S, KOJIMA H.(1992). Effects of multiple modes on Rayleigh wave dispersion characteristic[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1992, 118(10): 1529—1543.
- [12] CHAI H Y, CUI Y J, WEI C F. A parametric study of effective phase velocity of surface waves in layered media[J]. **Computers and Geotechnics**, 2012, 44: 176—184.
- [13] YOON S S, RIX G J. Near-field effects on array-based surface wave methods with active sources[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2009, 135(3): 399—406.
- [14] ZYWICKI D J, RIX G J. Mitigation of near-field effects for seismic surface wave velocity estimation with cylindrical beamformers[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2005, 131(8): 970

—977.

- [15] CHAI H Y, PHOON K K, WEI C F, LU Y F. Analysis of effects of active sources on observed phase velocity based on the thin-layer method[J]. **Journal of Applied Geophysics**, 2011, 73(1): 49—58.
- [16] 柴华友, 柯文汇, 黄祥国, 等. 表面源激发的瑞利波传播特性分析[J]. 岩土力学, 2017, 38(2): 325—332/340.  
CHAI Hua-you, KE Wen-hui, HUANG Xiang-guo, et al. Analysis of propagation behavior of Rayleigh waves activated by surface sources[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(2): 325—332/340.
- [17] CHAI Hua-you, LI Tian-bin, Kok-Kwang Phoon, et al. Spatial behaviour of Rayleigh waves in layered half-spaces under active surface sources[J]. **Geophysical Prospecting**, 2017, 65(4): 992—1003.
- [18] 柴华友, 张电吉, 韦昌富, 等. 层状地基中表面波有效相速度[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(6): 892—898.  
CHAI Hua-you, ZHANG Dian-ji, WEI Chang-fu, et al. Effective phase velocity of surface waves in layered soil media[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(6): 892—898.
- [19] 柴华友, 韦昌富, 白世伟. 表面波有效相速度的近似分析方法[J]. 岩土力学, 2008, 29(1): 87—93.  
CHAI Hua-you, WEI Chang-fu, BAI Shi-wei. Approximate approach to analyzing effective phase velocity of surface waves[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(1): 87—93.
- [20] AKI K, RICHARDS P G. Quantitative seismology[M]. University Science Books, California, 2002.
- [21] HANEY M M, TSAI V C. Non-perturbational surface wave inversion: A Dix-type relation for surface waves[J]. **Geophysics**, 2015, 80(6): EN167—EN177.